

ĆWICZENIE 4

WSPÓŁCZYNNIK PRZEWODZENIA CIEPŁA

Cel ćwiczenia.

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie współczynnika przewodzenia ciepła cieczy.

Zakres wymaganych wiadomości.

Definicje: bilans cieplny, przewodzenie ciepła, strumień ciepła, wymiana ciepła przez przewodzenie i konwekcję, współczynnik przewodzenia ciepła - jak go obliczyć oraz sposoby jego pomiaru.

Wstęp teoretyczny.

Proces przewodzenia ciepła można zapisać równaniem różniczkowym o pochodnych cząstkowych:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial \tau} + \dot{q}_{3D}(x, y, z) \quad (1)$$

gdzie:

$\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z$ składowe współczynnika przewodzenia ciepła w kierunkach x, y, z we współrzędnych kartezjańskich

ρ [kg/m³] gęstość

c_p [J/kg K] ciepło właściwe

τ [s] czas

$\dot{q}_{3D}(x, y, z)$ funkcja źródłowa (pobudzenie) [W/m³]

Pomiaru współczynnika λ dokonuje się poprzez działanie na badany ośrodek pobudzeniem (energiją) i badaniem odpowiedzi układu w postaci pola temperaturowego wywołanego tym pobudzeniem.

Zależność (1) nie stanowi jednak bezpośrednio podstawy do wyznaczenia wartości współczynnika λ . Może być nią natomiast rozwiązanie dla konkretnych warunków początkowych i brzegowych.

Często zakłada się, że ośrodek jest:

- Liniowy ze względu na parametry: λ, ρ, c (nie są zależne od temperatury)

- Jednorodny: $\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z, \rho, c$ (są stałe)
- Izotropowy: $\lambda_x = \lambda_y = \lambda_z$

Przy spełnieniu powyższych założeń zależność (1) przyjmuje postać:

$$\lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial \tau} + \dot{q}_{3D}(x, y, z) \quad (2)$$

lub

$$\nabla^2 T = \frac{\rho c_p}{\lambda} \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau} + \dot{q}_{3D} \quad (3)$$

gdzie:

$$a = \frac{\lambda}{\rho c_p} \left[\frac{m^2}{s} \right] \quad (4)$$

Współczynnik a jest nazywany współczynnikiem wyrównywania temperatury (lub dyfuzyjnością cieplną) i zgodnie z zależnością (4) jest wprost proporcjonalny do zdolności do przewodzenia ciepła i odwrotnie proporcjonalny do zdolności do akumulacji ciepła (iloczyn $\rho \cdot c_p$ jest nazywany również właściwą pojemnością cieplną).

W praktyce rozwiązuje się proste przypadki np. jednowymiarowe przewodzenie ciepła w warunkach ustalonych. W tym przypadku równanie Laplace'a $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$ czyli $\frac{\partial T}{\partial x} = \text{const}$ sprowadza się do równania Fouriera (5).

$$\dot{q}_{2D} = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta X} \quad (5)$$

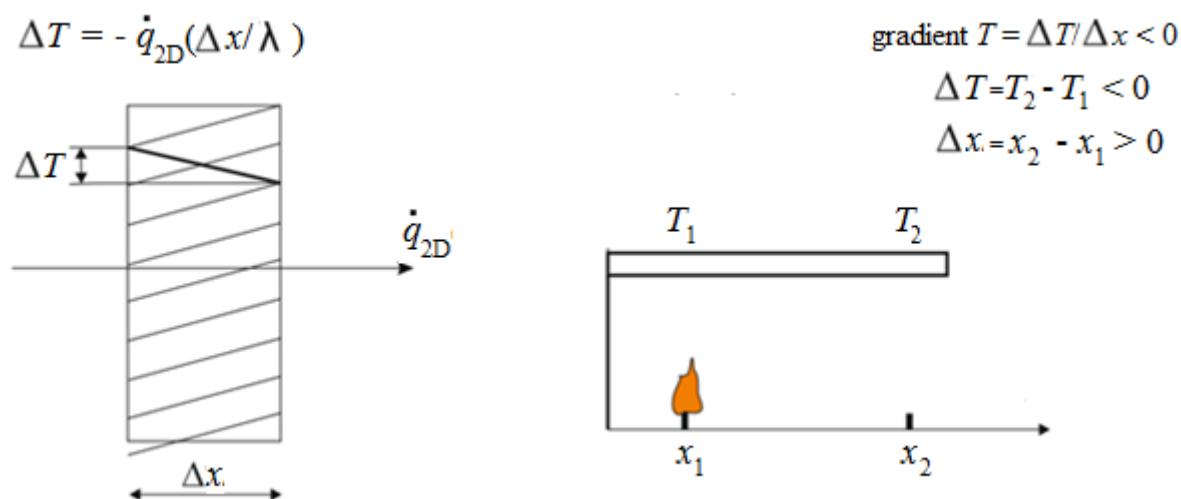
gdzie:

λ [W/(m K)] współczynnik przewodzenia ciepła

$\dot{q}_{2D}$ [W/m²] gęstość strumienia ciepła

$\Delta T / \Delta X$ [K/m] gradient temperatury

Równanie to może stanowić podstawę do pomiaru współczynnika (jest to pomiar w warunkach ustalonych tzn. $\frac{\partial T}{\partial \tau} = 0$). Pamiętać należy, że gęstość strumienia ciepła ma przeciwny zwrot do gradientu, co ilustruje rys.1.



Rys. 1 Schematyczna ilustracja gęstości strumienia ciepła.

Drugą, liczną grupę metod pomiarowych stanowią metody pomiaru w warunkach nieustalonych $\frac{\partial T}{\partial \tau} \neq 0$. Pozwalają one na szybkie przeprowadzenie pomiaru. Z punktu widzenia przebiegu pobudzenia w czasie możliwe są następujące przebiegi:

- Impulsowe
- Skok wartości
- Harmoniczne
- Losowe

Z punktu widzenia geometrii źródła ciepła wywołującego nieustalone pole temperaturowe możliwe są m.in. następujące kształty:

- Punktowe
- Liniowe
- Powierzchniowe
- Objętościowe

Formalnie, rozwiązanie zależności (1) jest możliwe dla wszystkich podanych wyżej kombinacji i rozwiązanie takie spotyka się w wielu publikacjach [1-3]. Wybór odpowiedniego przypadku (geometrii źródła: postaci czasowej pobudzenia) jest zależny od możliwości realizacyjnych oraz łatwiejszej postaci matematycznej rozwiązania. Z tego punktu widzenia jedną z często spotykanych metod pomiaru współczynnika przewodzenia ciepła λ w warunkach nieustalonych jest metoda liniowego (w sensie geometrii) źródła z pobudzeniem w postaci skoku wartości masy grzejnej. Założeniem metody jest liniowy, jednorodny, izotropowy ośrodek o nieskończonych rozmiarach i stałej, jednakowej w całej objętości

temperaturze początkowej T_0 . Jeżeli w takim ośrodku umieści się nieskończenie cienkie i długie źródło ciepła i w chwili $\tau = 0$ rozpocznie wydzielanie mocy grzejnej q [W/m] o stałej wartości przypadającej na jednostkę długości grzejnika to ciepło może być przewodzone wyłącznie w kierunku promieniowanym (prostopadle do źródła ciepła). W tych warunkach przyrost temperatury T ponad temperaturę początkową T_0 w chwili τ w punkcie o współrzędnej promieniowej r jest dany zależnością

$$\Delta T = T - T_0 = -\frac{\dot{q}_{1D}}{4\pi\lambda} E_j(-x) \quad (6)$$

gdzie

$$x = \frac{r^2}{4a\tau} \quad (7)$$

$$a = \frac{\lambda}{c_w \rho} \left[\frac{m^2}{s} \right]$$

r – odległość termopary od drutu grzejnego,

τ – czas pomiaru,

c_w – ciepło właściwe,

ρ – gęstość,

$\dot{q}_{1D}$ – moc grzejna 1 metra drutu

Funkcje $E_j(-x)$ aproksymuje się wyrażeniem

$$E_j(-x) = \gamma + \ln x = \gamma + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-x)^n}{n \cdot n!} \quad (8)$$

gdzie: $\gamma = 0,5772 \dots$ stała Eulera

dla małych wartości x

$$x = \frac{r^2}{4a\tau} \ll 1 \quad (9)$$

zależność (8) upraszcza się do postaci

$$(10)$$

stąd zależność (6) przybiera postać

$$\Delta T = -\frac{\dot{q}_{1D}}{4\pi\lambda} \left(\gamma + \ln \frac{r^2}{4a} - \ln \tau \right) \quad (11)$$

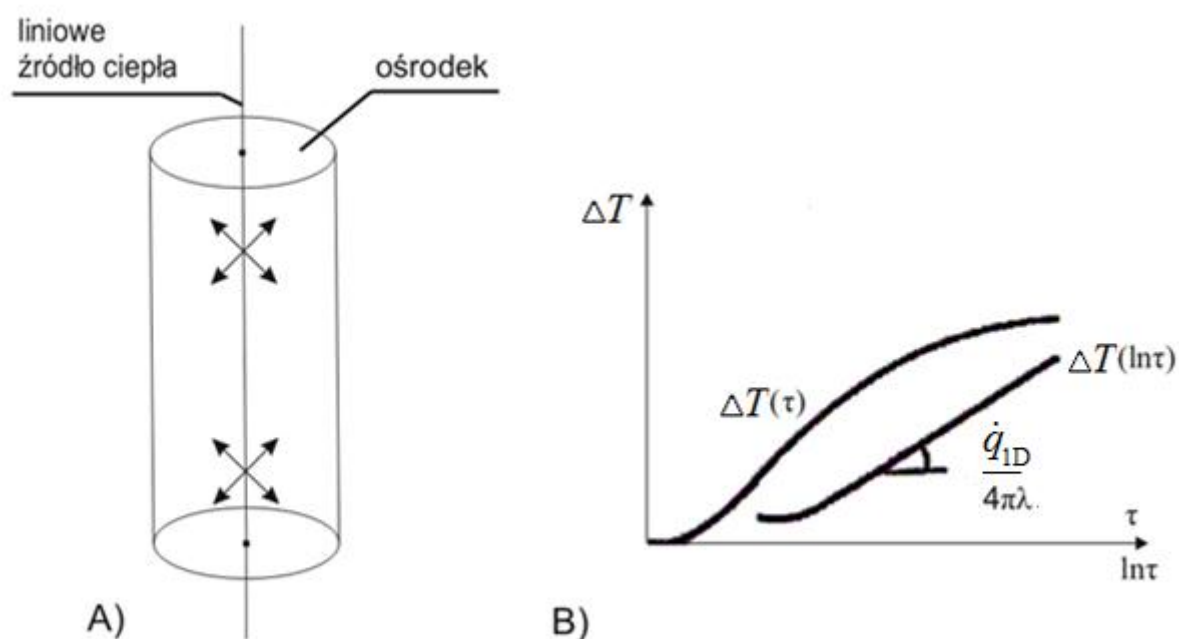
Jak widać z równania (11) zależność przyrostu temperatury staje się liniową funkcją logarytmu czasu grzania przy czym warunek (9) może być spełniony po upływie pewnego czasu (wartości r oraz a są stałe).

$$\Delta T = -\frac{\dot{q}_{1D}}{4\pi\lambda} \left(\gamma + \ln \frac{r^2}{4a} \right) + \frac{\dot{q}_{1D}}{4\pi\lambda} \ln \tau \quad (12)$$

Dość wygodnym sposobem wyznaczania wartości współczynnika λ jest określenie nachylenia liniowej części przyrostu temperatury wg zależności (12), ponieważ:

$$\frac{d(\Delta T)}{d(\ln \tau)} = \frac{\dot{q}_{1D}}{4\pi\lambda} \quad (13)$$

i nie zależy od wartości współczynnika a oraz odległości r .



Rys. 2. Liniowe, ciągłe źródło ciepła. A) idea B) przebieg przyrostu temperatury

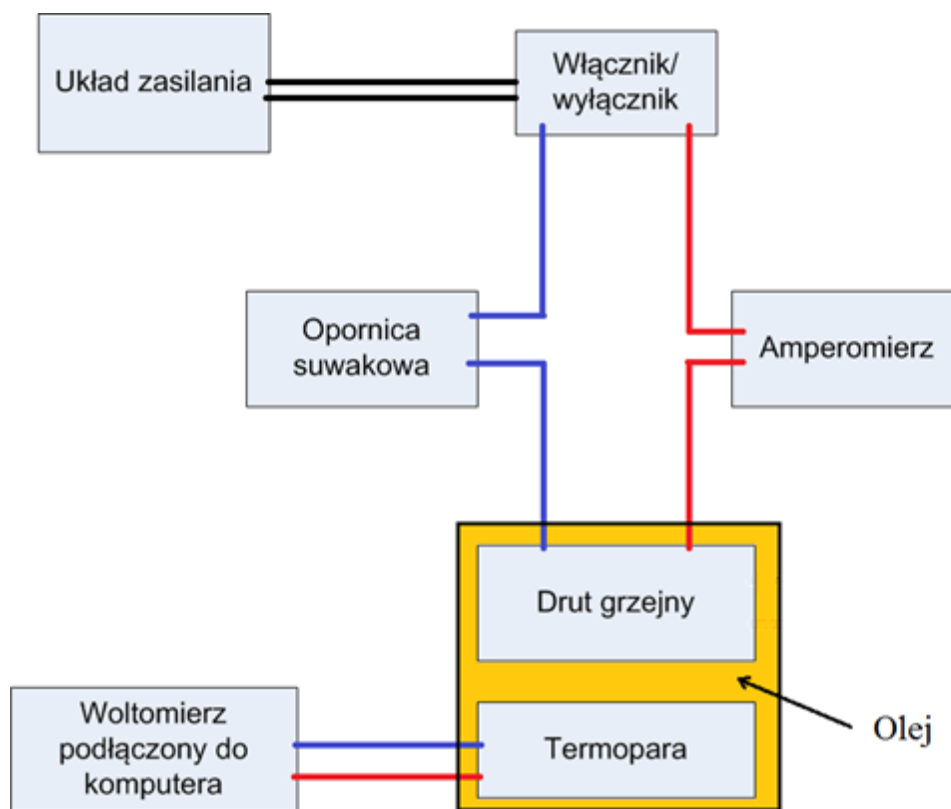
Istnieje zatem możliwość wyznaczania wartości współczynnika przewodzenia ciepła przez znalezienie liniowej części przyrostu temperatury ΔT w funkcji czasu w skali logarymicznej.

Opis ćwiczenia.

Aparatura pomiarowa

- Amperomierz (klasa 0,5)
- Opornica suwakowa
- Multimetr BM 525s z przystawką USB BU-86X
- Termopara oraz drut grzejny zanurzone w zlewce szklanej wypełnionej olejem
- Układ zasilający

Układ pomiarowy



Schemat blokowy układu pomiarowego

Uruchamianie multimetru

Należy ustawić Multimetr na podpórcę, z uwagi na konieczność podłączenia przystawki w tylnej części urządzenia.

1. Podłączamy kabel USB wychodzący z przystawki USB do komputera.
2. Wybieramy pokrętelem zakres mV (miernik może pozostać w trybie automatycznym)
3. Uruchamiamy program rejestrujący pomiary:

(w systemie Windows wybieramy: wszystkie programy/DMM Data Logger/Bs82-52x Data Logging Systems ver 6.0.0.9s).

4. Klikając na Link w oknie Digital Meter pojawiają się wartości mierzonego napięcia.
5. Początek rejestracji pomiarów następuje poprzez naciśnięcie F9.
6. Zakończenie rejestracji pomiarów - nacisnąć F3
7. Zapis wyników w formacie Excela: w oknie Graphical Recorder wybieramy: File/Export i wybieramy Text/Data only, następnie określamy ścieżkę zapisu poprzez Browse (wybieramy katalog i nazwę pliku do której będzie automatycznie dopisane rozszerzenie .csv)
8. Kończymy poprzez: File (górny lewy róg) wybierając Exit

Informacje niezbędne do wykonania pomiarów:

- u - stała termopary $40\mu\text{V}/^\circ\text{C}$
- $U = u(T - T_0)$
gdzie: U – napięcie, u – stała termopary, $(T - T_0) = \Delta T$ – różnica temperatury
- R_d - rezystancja 1 metra drutu grzejnego [$18\Omega/\text{m}$]; ilość ciepła wydzielonego przez 1 metr drutu grzejnego to $\dot{q}_{1D} = R_d \cdot i^2$ [W/m].

UWAGA! Woltomierz podłączony do drutu grzejnego stanowi jedynie alternatywny sposób obliczenia mocy na drucie grzejnym. To połączenie nie jest konieczne.

Przebieg ćwiczenia

1. Ustawić za pomocą opornicy suwakowej wartość natężenia prądu i na 0,5 A
2. Ustawić śrubę mikrometryczną na wartość 19 mm – jest to największa czy najmniejsza? odległość termopary od drutu grzejnego. Następnie wyznaczyć 6 punktów pomiarowych w zakresie 19.0 – 22.0 (tak żeby termopara nie dotykała drutu grzejnego). Dokonać pomiarów wartości U dla wybranych sześciu punktów.
3. Dla każdego z wyznaczonych punktów pomiarowych zebrać charakterystykę zmiany ΔT w czasie zadany przez prowadzącego.
4. Ustawić za pomocą opornicy suwakowej wartość natężenia prądu i na 0,7 A, a następnie powtórzyć cały proces pomiarowy (punkt 2 i 3) dla tej wartości natężenia prądu.

Opracowanie wyników

1. Przedstawić zależność zmiany temperatury w funkcji czasu, dla $i = 0,5$ A
2. Wyznaczyć współczynnik przewodzenia ciepła dla każdej serii pomiarowej
3. Wyznaczyć uśrednioną wartość współczynnika λ
4. Obliczyć dokładność wyznaczenia wartości współczynnika λ
5. Punkty 1-4 powtórzyć dla $i = 0,7$ A
6. Ocenić wpływ parametrów mierzonych w ćwiczeniu na wartość współczynnika λ

Literatura

[1] Heim D., Mrowiec A., Prałat K.: Zastosowanie metody „gorącej nici” do wyznaczania przewodności cieplnej płynnych kwasów organicznych, Inż. Ap. Chem. 2010, 49,1,51-52

[2] Davis W.R.: Hot-Wire Method for the Measurement of the Thermal Conductivity of Refractory Materials, in Maglić K D, Cezairliyan A, Peletsky V E, (Eds.) Compendium of Thermophysical Property Measurement Methods, vol. 1 Survey of Measurement Techniques, 1984, New York, London, Ple-num Press, p. 161

[3] Krishnaiah M.V.: Thermal Conductivity measurement Techniques, Proceedings of the 16th National Symposium and Workshop on Thermal Analysis 85, 2008

Instrukcję opracował mgr inż. Artur Wrona pod opieką dr hab. Krystiana Kubicy.